

# **Equivalenza ricardiana e distribuzione del reddito: a proposito della forma della distribuzione**

Angiola Contini<sup>1</sup>

Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano (angiola.contini@unicatt.it)

## S O M M A R I O

1. Eterogeneità .....	2
2. Sistemi economici efficienti e inefficienti .....	3
3. Interazione di soggetti e gruppi diversi .....	4
4. Forme della distribuzione .....	6
Conclusioni .....	10
Riferimenti bibliografici .....	10

---

<sup>1</sup> Desidero ringraziare Carlo Beretta, Rossella Gargiulo e Carsten Nielsen per avere letto e commentato questo lavoro; nonostante ciò, la responsabilità degli errori che rimangono è tutta mia.

Consideriamo un'economia in cui lo Stato garantisce il trasferimento di risorse da una generazione all'altra usando le tasse e/o emettendo debito pubblico<sup>2</sup>.

In tal caso:

- il tasso di interesse sul debito deve essere uguale al tasso di interesse di mercato che in equilibrio dovrà essere uguale alla produttività marginale del capitale;
- l'emissione del debito deve rispettare il vincolo intertemporale di bilancio: lo stock del debito esistente, al netto della somma di trasferimenti e prelievi, deve essere uguale al debito del periodo precedente aumentato degli interessi. In un orizzonte temporale finito qualsiasi intervento dello Stato volto ad aumentare i trasferimenti avrà come conseguenza un aumento delle imposte nei periodi successivi;
- se il governo annuncia un aumento dei trasferimenti, gli individui si rendono conto che questa promessa implica, necessariamente, un aumento delle imposte in futuro e ne tengono conto attraverso un aumento dei risparmi per fronteggiare i futuri aumenti delle imposte. Nel sistema, quindi, non vi è alcun effetto (teorema di equivalenza ricardiana) così come sostenuto dalla teoria dell'inefficacia delle politiche di bilancio sull'economia.

Le stime econometriche non hanno sostenuto, inequivocabilmente, né l'ipotesi di equivalenza né l'ipotesi dell'influenza. Sembra che le politiche di sostegno della domanda, attuate con un aumento dei trasferimenti e del debito pubblico, abbiano effetto sulla domanda solo nel breve periodo (neo-keynesiani).

Il dibattito riguarda i particolari del modello economico utilizzato<sup>3</sup>. Il modello è una sintesi tra il modello della Regola Aurea di accumulazione del capitale di Phelps e i modelli di ottimizzazione del consumo alla Ramsey in cui la condizione per l'equilibrio dinamico è quella dell'uguaglianza tra il tasso di crescita della produttività marginale del capitale, del tasso di interesse e della popolazione<sup>4</sup>.

## 1. Eterogeneità

Se si accetta questo modello, per spiegare le discrepanze nei risultati, si ricorre alla presenza, nel sistema economico, di soggetti eterogenei con diversi comportamenti di consumo e di risparmio.

Infatti, l'equivalenza ricardiana non vale se coloro che ricevono i trasferimenti non sono gli stessi che pagano le tasse per ripianare il debito pubblico. Cioè, l'ipotesi di eterogeneità si basa sul fatto che la popolazione è composta da soggetti che si comportano secondo la teoria del ciclo vitale del consumo e da altri soggetti che si comportano come se seguissero la teoria keynesiana in cui il consumo è funzione del reddito corrente<sup>5</sup>.

I motivi per cui i soggetti si comportano in modo diverso vanno dalla presenza di diversi tassi di preferenza intertemporale fino alle diverse capacità di guadagno. In particolare, le diverse capacità di guadagno vengono fatte risalire ai diversi livelli di reddito di partenza<sup>6</sup>, alle imperfezioni

---

<sup>2</sup> Samuelson '75

<sup>3</sup> Ricciuti '03

<sup>4</sup> Seater '93

<sup>5</sup> Campbell e Mankiw '89.

<sup>6</sup> Freeman '96.

del mercato del credito<sup>7</sup> oppure a shocks casuali avversi<sup>8</sup> contro cui possono assicurarsi solo i soggetti con redditi al di sopra di una certa soglia<sup>9</sup>.

I diversi tassi di preferenza intertemporale si spiegano, invece, o con differenze innate, introducendo nella popolazione dei “tipi” distribuiti in modo casuale con diverse produttività del lavoro<sup>10</sup>, oppure immaginando che non vi sia una sola produttività marginale del capitale ma una distribuzione di produttività a cui corrispondono redditi diversi<sup>11</sup>.

## 2. Sistemi economici efficienti e inefficienti

Un punto di vista più complesso considera la relazione, in una popolazione, tra la quota di soggetti che scelgono l'uno o l'altro comportamento: quanto più è alto il numero di coloro che scelgono un comportamento tanto più è basso il rendimento di quel comportamento per l'agente che lo sceglie<sup>12</sup>.

Ad esempio, quando il numero di soggetti che risparmiano eccede una certa soglia, il tasso di interesse diminuisce così come la convenienza a risparmiare<sup>13</sup>. Il tasso di interesse, in questo caso, dipende dalla quota di soggetti che scelgono di risparmiare rispetto al totale dei soggetti: la scelta tra consumo e risparmio viene studiata come un gioco di coordinamento<sup>14</sup>.

Il mancato coordinamento potrebbe dare come risultato un sistema economico “inefficiente” in cui il risparmio è più elevato rispetto all'investimento necessario a mantenere il sistema nello stato stazionario.

Le riflessioni circa l'“efficienza” e l'“inefficienza” di un sistema economico mettevano l'accento sul ruolo fondamentale che nei modelli di Regola Aurea di accumulazione aveva l'uguaglianza tra il tasso di crescita della popolazione e il tasso di profitto e interesse<sup>15</sup>.

Il problema della discrepanza tra il saggio di crescita della popolazione e il tasso di rendimento del capitale viene risolto o ricorrendo ad una differenziazione tra il saggio di interesse interno e quello internazionale<sup>16</sup> o ipotizzando un tasso di crescita differente per vari segmenti della popolazione<sup>17</sup> oppure ricorrendo ad investimenti improduttivi.

Il debito pubblico, in origine introdotto nel modello di accumulazione del capitale per assicurare gli scambi tra generazioni, è anche una alternativa di collocazione del risparmio. Il tasso di rendimento dei titoli del debito pubblico doveva essere uguale a quello di mercato ma, essendo certo, in linea con la funzione di garante degli scambi tra generazioni attribuita allo Stato, era più basso di quello degli investimenti produttivi, maggiorato del premio di rischio.

---

<sup>7</sup> Tali imperfezioni limitano l'accesso al mercato del credito ai soggetti più abbienti impedendo agli altri di investire per aumentare le loro capacità di guadagno. Piketty '97.

<sup>8</sup> Skott '99.

<sup>9</sup> Galor e Zeira '93.

<sup>10</sup> Gourieroux '90, Grandmont '92, Weibull '95.

<sup>11</sup> Aghion e Caroli '99.

<sup>12</sup> Grossman e Stiglitz '80, Arthur '94.

<sup>13</sup> Mankiw '00, Docquier '02.

<sup>14</sup> Haltiwanger e Waldman '85, Vettas '00.

<sup>15</sup> Quando il tasso di crescita della popolazione è maggiore del tasso di profitto, il risparmio è più basso dell'investimento necessario a mantenere il sistema nello stato stazionario così come quando il risparmio è più elevato, l'aumento dell'investimento fa diminuire la produttività marginale. Bertocchi '90.

<sup>16</sup> Il saggio di interesse interno, uguale al saggio di crescita della popolazione di un paese, è minore di quello internazionale. Blake '00.

<sup>17</sup> La crescita della quota che risparmia è più bassa di quella che non risparmia. Lapan e Enders '90.

Nella sua veste di collocazione alternativa del risparmio, il debito pubblico poteva anche assumere una funzione decisamente improduttiva allo stesso livello degli investimenti in opere d'arte, francobolli, monete antiche che non fanno aumentare l'accumulazione del capitale.

L'importanza dell'efficienza o inefficienza del sistema economico è cruciale perché si cerca di restare nell'ambito di modelli in cui sono i soggetti a decidere i livelli di consumo, l'offerta di lavoro e la composizione del portafoglio, ma sono lo stock di capitale e la funzione di produzione pro-capite a rendimenti decrescenti a dirigere il sentiero di accumulazione. Se lo stock di capitale è troppo alto la produttività marginale del capitale diminuisce: un aumento del risparmio avrebbe l'effetto di far diminuire ulteriormente il saggio di interesse<sup>18</sup>.

Per mantenere il sistema lungo il sentiero di accumulazione occorre che il debito cresca anche quando la produttività marginale pro-capite del capitale comincia a diminuire<sup>19</sup>. Il debito pubblico, quindi, offre una parziale scappatoia alla trappola della Regola Aurea di accumulazione.

### 3. Interazione di soggetti e gruppi diversi

Quando si parla di soggetti che scelgono comportamenti di consumo e di risparmio diversi si può intendere che la popolazione sia composta da individui molto simili tra di loro (in tal modo si può parlare di "agente rappresentativo"); la diversità di comportamento è dovuta al periodo della vita in cui i soggetti si trovano cosicché prendono decisioni in modo da mantenere costante il consumo lungo l'arco della vita. In questo caso, comportamenti diversi dal principio di massimizzazione dell'utilità sono dovuti ad ostacoli nel mercato oppure a miopia o a mancanza di razionalità dei soggetti: rimuovendo gli ostacoli o osservando il comportamento degli altri soggetti, le differenze scompaiono.

Si può anche pensare che individui diversi siano distribuiti lungo una funzione di distribuzione permettendo una grande varietà di comportamenti e lasciando la possibilità di errori, cambiamenti e shocks. E' proprio il fatto che il numero dei soggetti sia tanto grande e che le scelte siano varie che permette di considerare l'aggregato dei soggetti come un continuo e trattare le differenze nei comportamenti come deviazioni dalla media di una distribuzione normale. Si torna, perciò, ad un sistema in equilibrio stazionario.

Nella *evolutionary economics*<sup>20</sup>, gli individui adottano strategie diverse: ciascun comportamento identifica una quota della popolazione che cresce o diminuisce a seconda della maggiore o minore distanza del comportamento adottato dal comportamento della media della popolazione. Le strategie migliori permettono alla quota di popolazione che le adotta di crescere più delle altre.

Gli individui possono cambiare il proprio comportamento se, venendo a contatto con soggetti diversi, osservano comportamenti più adatti. Il cambiamento dipende, quindi, dalla frequenza dei contatti e dalla differenza tra il comportamento adottato e il miglior comportamento osservato.

Una branca di economia (*bioeconomics, econophysics*) si richiama, appunto, al comportamento dei soggetti in quanto facenti parte di un aggregato: invece di considerare i singoli individui distribuiti lungo una funzione si considerano riuniti in gruppi. La forma, la grandezza e il

---

<sup>18</sup> La Regola Aurea richiede che il debito cresca al crescere del risparmio.

<sup>19</sup> Tirole '85.

<sup>20</sup> Weibull '95.

movimento dei gruppi sono, a loro volta, determinati dalle relazioni esistenti tra i singoli individui che li compongono.

Diversi tipi di movimento collettivo riferiti a colonie di organismi viventi: batteri, insetti, pesci, stormi di uccelli possono essere descritti dall'equazione di moto di Newton. Shimoyama<sup>21</sup> et al. hanno mostrato come si può usare l'equazione di Newton corretta in funzione della distanza tra i singoli elementi di un gruppo, della distanza dei singoli dal centro (centro di gravitazione) e delle relazioni tra di essi.

Ad esempio, in un aggregato ciascun elemento  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) è caratterizzato da un vettore di posizione ( $r_i$ ), velocità ( $v_i$ ) e direzione ( $n_i$ ). Secondo l'equazione di Newton, per elementi di data massa  $m$ , il movimento di ciascuno degli elementi (massa per accelerazione) dipende dalla direzione ( $n$ ), dalla forza di attrito ( $-\gamma v$ ), dall'attrazione dal centro di gravità dell'aggregato ( $g$ ) e dalla somma delle interazioni con gli altri elementi ( $f_{ij}$ ) con  $i \neq j$

$$m(dv_i / dt) = -\gamma v_i + a n_i - \sum \beta_{ij} f_{ij} + g_i$$

Le interazioni tra un elemento e gli altri possono essere rappresentate (in analogia con la formula che rappresenta le forze di attrazione e repulsione tra le molecole) dal rapporto tra il valore assoluto della distanza effettiva di un elemento da un altro e la portata della forza di aggregazione  $r_n = (r)$  intesa come la distanza necessaria e sufficiente a mantenere l'aggregato in stato stazionario (distanza "normale")

$$f_{ij} = |r_j - r_i| / r_n$$

$\beta$  è un parametro compreso tra zero e uno, rappresenta la reattività alle interazioni, può avere un valore costante e caratteristico per ogni  $r_n$  oppure il suo valore può essere sensibile al posto occupato da ciascun elemento nell'aggregato e alla direzione così che l'interazione può essere più forte per gli elementi di ordine maggiore dell' $i$ -esimo che non per quelli di ordine minore.

L'interazione tra questi elementi determina il comportamento dell'aggregato. Ad esempio, quando le caratteristiche che determinano la spinta di attrazione dei singoli elementi (la distanza tra due elementi e il rapporto tra la distanza e la portata) non sono troppo diverse ( $r_j - r_i \approx r_i - r_n$ ) e la reattività ( $a$ ) dei soggetti al movimento dei loro vicini di posto è abbastanza bassa ( $\beta < 1$ ), gli elementi si aggregano in modo regolare (stormi). Questo tipo di aggregato può avere una grande forza di inerzia che rende il movimento difficile da iniziare ma che, una volta iniziato, ha velocità costante (marcia).

Un aumento della forza di interazione  $f_{ij}$  o della reattività degli elementi al movimento dei vicini (il parametro  $a$  di  $a n_i$ ) ha conseguenze sulla direzione del movimento e quindi l'aggregato avrà dei riassetamenti di posizione degli elementi che potranno portare sia ad oscillazioni ordinate che a movimenti irregolari intorno ad un ammasso (sciame).

Utilizzando questi criteri si può costruire una popolazione artificiale che si muove in uno spazio artificiale<sup>22</sup> e studiare il comportamento di ciascun elemento in base alla sua posizione (comprendente anche le relazioni di attrazione e repulsione con gli altri elementi) e alla direzione del suo movimento<sup>23</sup>.

Seguendo le semplici regole di comportamento assegnate, è risultato che non solo la dimensione dei gruppi, ma gli stessi comportamenti di aggregazione, costituiscono delle strategie di interazione degli individui. Un elemento interessante è che, assegnando gli individui a due specie

<sup>21</sup> Shimoyama N. et al. '96.

<sup>22</sup> Una ciambella nelle tre dimensioni e un rettangolo di dimensioni date nelle due dimensioni.

<sup>23</sup> Nishimura e Ikegami '97.

diverse (preda e predatore) in base al loro posto e variando soltanto l'intensità della forza di attrazione e repulsione tra gli elementi (con l'obbligo di restare entro i confini dello spazio assegnato) non solo si generano i diversi comportamenti di aggregazione, ma le due specie possono crescere, coesistere o estinguersi.

#### 4. Forme della distribuzione

Gli studi fatti dai biofisici, sulle relazioni tra aggregati, richiamano recenti studi statistici sull'ambito di validità del teorema del limite centrale.

Partendo dalla constatazione che alcune distribuzioni non convergono mai mentre per altre può esserci un intervallo estremamente lungo prima che convergano a una normale, gli statistici propongono di valutare la distanza tra una distribuzione reale e una normale in base alla distanza tra i vari elementi, al rapporto tra gli elementi e la media e al valore di quest'ultimo rapporto e il totale della popolazione, in modo da poter fare delle valutazioni circa l'affidabilità delle osservazioni ai fini di previsione.

Applicando questi studi all'analisi del rischio, gli economisti finanziari hanno fatto notare che non basta tener conto solo del rapporto media/varianza ma occorre considerare anche il valore assoluto della varianza<sup>24</sup>.

Si può notare la corrispondenza tra i concetti di indici di omogeneità di una distribuzione in statistica e quello di distanza tra i vari elementi di un gruppo, tra l'indice di simmetria e il rapporto tra la distanza e la portata della forza di aggregazione fra due elementi, tra l'indice di curtosi e il valore  $a$  della reattività all'interazione.

Si può pensare di applicare le interazioni fra gruppi anche al comportamento di consumo e di risparmio di soggetti distinti in base alla loro posizione nella distribuzione del reddito.

Consideriamo una popolazione, con reddito medio  $\bar{y}$ , composta da  $N$  individui ( $i = 1, \dots, N$ ), ciascuno con un reddito

$y_i$  = reddito dell'individuo  $i$

$y_j$  = reddito dell'individuo  $j$

$\bar{y}$  = reddito medio

$\bar{y}^*$  = reddito medio di una distribuzione "normale", compreso tra  $e^{\bar{y}-\sigma\sqrt{2}}$  ed  $e^{\bar{y}+\sigma\sqrt{2}}$

Gli  $N$  individui sono ordinati secondo il loro reddito  $y_i$  ( $y_1 < y_2 < \dots < y_N$ ).

Il comportamento di ogni individuo ( il suo spostamento o la sua permanenza nello stato in cui si trova:  $ds_i/dt$  ) dipende dalla sua posizione sulla scala del reddito ( $y_i - \bar{y}$ ) e dalla forza delle sue interazioni con gli altri soggetti ( $f_{ij}$ ) che determinano anche la direzione e la velocità di un eventuale cambiamento.

La forza delle interazioni tra un individuo e un altro  $f_{ij}$  dipende dal valore assoluto della loro distanza,  $|y_i - y_j|/\bar{y}$ , corretta per il parametro  $\alpha$  che rappresenta il rapporto tra la media e la varianza

<sup>24</sup> Consideriamo che si può calcolare la parte dell' ampiezza di una distribuzione che sostiene una data parte della media: per varianze piccole ( $\sigma \ll 0.25$ ) metà del totale è sostenuto da metà degli elementi; per varianze più alte ( $\sigma > 2$ ) tale quota è sostenuta da pochi valori vicini al valore massimo e aumenta al crescere dell'ordine del momento della distribuzione. L'ampiezza dell'intervallo di confidenza è inversamente correlata al valore assoluto della curtosi ma dipende, anche, dalla numerosità della popolazione. (D.X. Li '99).

della distribuzione,  $\frac{\bar{y}}{\sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}}$ . Questo parametro non è influente se la media è effettivamente rappresentativa della distribuzione  $\bar{y} = \bar{y}^*$ , cioè se la varianza è abbastanza bassa ( $\bar{y}^*$  è compresa tra  $e^{\bar{y}-\sigma\sqrt{2}}$  ed  $e^{\bar{y}+\sigma\sqrt{2}}$ ), ma ha un peso ( $\alpha \neq 1$ ) se la media della distribuzione non la rappresenta a sufficienza, cioè se la distribuzione presenta pochi valori alti che influenzano la media più dei molti valori bassi.

Si aggiunge poi un fattore di reattività alla direzione,  $d$ , che fa sì che la reattività sia maggiore di uno se la distanza (in valore assoluto) tra  $i$  e  $j$  è minore della distanza tra  $i$  e la media e sia minore di uno quanto più il valore assoluto della distanza tra  $i$  e  $j$  è maggiore della distanza tra  $i$  e la media<sup>25</sup>.

$$(d s_i / dt) = (y_i - y) + \sum_{i=1}^N \alpha f_{ij} + n_i$$

$$f_{ij} = |y_i - y_j| / \bar{y}$$

$$\alpha = \frac{\bar{y}}{\sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}}$$

$$\alpha = 1 \quad \text{per} \quad e^{\bar{y}-\sigma\sqrt{2}} \ll \bar{y} = \bar{y}^* \ll e^{\bar{y}+\sigma\sqrt{2}}$$

$$\alpha \neq 1 \quad \text{per} \quad \bar{y} \neq \bar{y}^*$$

$$n_i = 1 + d[ |y_i - \bar{y}| / |y_i - y_j| ]$$

$$d = 0 \quad \text{se} \quad |y_i - y_j| = y_i - \bar{y}$$

$$d < 1 \quad \text{se} \quad |y_i - y_j| > y_i - \bar{y}$$

$$d > 1 \quad \text{se} \quad |y_i - y_j| < y_i - \bar{y}$$

Per distribuzioni del reddito normali con  $\sigma \ll 1$  il comportamento dell'aggregato è descritto abbastanza bene dal comportamento dell'individuo rappresentativo. Quindi, se l'individuo rappresentativo si comporta in modo da ottimizzare il suo consumo lungo l'arco della vita, vale l'equivalenza ricardiana.

Questa distribuzione ammette comportamenti diversi secondo il reddito: redditi minori di un quarto del reddito medio possono anche essere tutti consumati e redditi maggiori di tre quarti tutti risparmiati, tuttavia sappiamo che la media rappresenta più della metà della popolazione.

In questo tipo di distribuzione però non c'è molta differenza tra chi si comporta secondo la teoria del ciclo vitale e chi consuma secondo il suo reddito corrente, dato che gli scostamenti dalla media si compensano.

Per distribuzioni lognormali "strette", ma con  $\sigma \approx 1$ , sono le forze di interazione a far variare il comportamento degli individui, attirando verso il comportamento dell'individuo rappresentativo quanti per qualsiasi motivo se ne fossero scostati. Usando un parametro di scala adatto, cioè un coefficiente di variazione proporzionale all'aumento della varianza, si può conoscere l'ampiezza dell'intervallo di confidenza del comportamento medio.

<sup>25</sup> Questo rispetterebbe il principio secondo il quale l'interazione è più forte tra soggetti vicini di posto tra loro ma non troppo simili.

Tuttavia quanto più la distribuzione si allontana dalla lognormale “stretta”, cioè quanto più la varianza si allontana da valori compresi tra 1,5-2 (pur rimanendo finita, in particolare rimanendo tra 2 e 15)<sup>26</sup> anche l’intervallo di confidenza varia, dato che sono i valori più alti della distribuzione che influenzano la somma dei termini, così la media dell’aggregato si allontana sempre più dal valore più frequente o valore “tipico” ( $y_{tip} = e^{\bar{y}-\sigma^2}$ )

In questi casi il coefficiente di correzione della media che tiene conto della varianza dipende dall’ampiezza dell’aggregato: per N tendente a infinito vale la convergenza alla media come indicato dal teorema del limite centrale, ma per N minori la differenza dalla media varia a seconda che N stesso sia minore o maggiore del coefficiente di variazione.

Il coefficiente di variazione C è il rapporto tra la radice quadrata della varianza del reddito e la media

$$C = \frac{\sqrt{\text{var } y}}{\bar{y}} = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1} \Rightarrow C^2 = e^{\sigma^2} - 1$$

Per una distribuzione lognormale moderatamente ampia ( $\sigma^2 \gg 1$ ) il coefficiente di variazione va corretto per l’ampiezza dell’aggregato  $C^2 = N C_n^2$ , ma non nello stesso modo: per  $N \ll C^2$  per depurare la somma dei termini dall’apporto dei valori più alti, per avere cioè la media relativa ai valori più frequenti, la media va corretta molto

$$\sum \frac{y_n}{n} = \bar{y} \cdot \left( \frac{n}{C^2} \right)^{3/2}$$

(ad esempio per  $\sigma = 4$  la media corretta sarebbe un quattrocentesimo della media apparente).

Per  $N \gg C^2$  la correzione è più bassa, ma diminuisce lentamente al crescere di N, questo significa che le piccole variazioni del reddito, che nelle distribuzioni normali si cancellano l’una con l’altra come prescritto dalla legge dei grandi numeri, nelle distribuzioni con alte varianze possono avere effetti importanti.

In questo tipo di distribuzioni non avrebbe più senso parlare di individuo rappresentativo: infatti la correzione da applicare alla media dipende dalla grandezza della popolazione.

Anche il comportamento più frequente, però, tenderà a divergere sempre più dal comportamento medio e la correzione da applicare dipenderà dalla grandezza dell’aggregato, d’altra parte lo stesso comportamento più frequente diventerà sempre più difficile da determinare man mano che la popolazione cresce. Infatti se per distribuzioni lognormali “strette” ( $\sigma < 0.5$ ) il picco della distribuzione (valore tipico o modale) aumenta con la numerosità della popolazione, per distribuzioni man mano più ampie si allarga anche l’intervallo in cui si colloca il valore tipico.

Tornando al comportamento dei soggetti si potrebbe prevedere che il comportamento potrebbe cambiare anche per distribuzioni del reddito con alta varianza. Infatti pur essendo il reddito medio di queste distribuzioni diverso dal reddito medio di una distribuzione lognormale “stretta”, se la numerosità della popolazione è minore del quadrato del coefficiente di correzione  $N < C^2$ , una volta corretta la somma dei redditi per quei valori alti che influenzano la media, la forza dell’interazione  $f_{ij}$  viene aumentata ( $\alpha > 1$ ). Il comportamento viene quindi influenzato da chi è vicino per reddito, in definitiva viene adottato il comportamento del nucleo che in origine era più numeroso (tipo urna di Polya). L’aggregato sarebbe quindi composto di due tipi: uno costituito da

<sup>26</sup> Romeo et al. '03.

pochi individui con redditi molto al di sopra della media che contribuiscono anche all'alta varianza, e l'altro costituito dagli individui con reddito molto vicino al valore più frequente che formano un aggregato omogeneo, stabile e prevedibile; è perciò possibile anche prevederne il comportamento di risparmio.

Il discorso è molto diverso quando  $N \gg C^2$ . In questo caso, dato che la varianza è alta, non solo la correzione da apportare alla media è piuttosto forte, quindi l'intervallo di confidenza si allarga, ma anche il valore tipico si distribuisce in un intervallo piuttosto ampio.

Per prevedere il comportamento di risparmio occorrerà perciò tenere conto di più intervalli: non solo della media e della varianza del reddito della popolazione, ma anche del rapporto tra la varianza del reddito di ciascun sottogruppo di cui è costituito l'aggregato e la varianza della popolazione.

L'idea è che se tutti i tipi di soggetti possono interagire con tutti gli altri, cioè se il reddito medio degli individui di ciascuno dei  $k$  sottogruppi in cui è stata suddivisa la popolazione è più distante dal reddito medio della popolazione di quanto il reddito dei singoli individui è distante dalla media del reddito, la forza dell'interazione è potenziata, mentre se i soggetti sono raggruppati in sottogruppi omogenei per reddito l'interazione è minimizzata e i singoli non cambieranno il comportamento iniziale<sup>27</sup>.

Indicando con  $N$  il numero totale degli individui ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) ordinati secondo il reddito  $y_i$  e considerando il totale suddiviso in  $K$  sottogruppi composti da un certo numero  $n$  di individui  $n = 1, 2, \dots, K$ , ciascuno con il suo reddito  $y_k$ :

$$K = k_1, k_2, \dots, k_n$$

$n_k$  = numero degli individui nel gruppo  $k$ -esimo

$\bar{y}$  = reddito medio della popolazione

$\bar{y}_k$  = reddito medio degli individui del gruppo  $k$ -esimo

$$\frac{\sigma_k}{\sigma_n} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K n_k (\bar{y}_k - \bar{y})^2}{K}}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N}}}$$

Il rapporto tra la varianza del reddito del sottogruppo e la varianza della popolazione potrebbe costituire l'esponente del parametro  $f_{ij}$  che indica la forza di interazione e quindi avere valore maggiore di uno se le interazioni sono molto varie (la forza che spinge al cambiamento di comportamento iniziale è tanto più potenziata quanto più diversi sono i redditi contenuti nei sottogruppi).

---

<sup>27</sup> Blanchflower e Oswald '00.

## Conclusioni

Se si volesse tenere conto di questi studi, come sono disposti a fare gli economisti finanziari e i sociologi, anche per valutare l'influenza delle politiche di bilancio, le interazioni tra soggetti e le diverse distribuzioni avrebbero diversa rilevanza a seconda del valore assoluto degli aggregati e del grado di omogeneità all'interno dei sottogruppi.

In particolare in distribuzioni con alta varianza si potrebbero individuare tre diversi tipi di comportamenti di risparmio a seconda della maggiore o minore distanza dalla media corretta ( in funzione del reddito corrente, in funzione del reddito permanente e in funzione del livello di ricchezza desiderato). Inoltre i comportamenti potrebbero variare a seconda dell'ampiezza dell'intervallo in cui si distribuiscono i valori più frequenti. Volendo considerare quest'ultimo intervallo si deve tenere conto anche del grado di omogeneità dei sottogruppi ( rapporto tra varianza di  $y_k$  e varianza di  $\bar{y}$  ) che influenza la forza delle interazioni tra i soggetti e quindi le possibilità di cambiamento.

La prevedibilità del comportamento è maggiore quanto più alto è il grado di omogeneità all'interno dei sottogruppi, ma questo significa che l'ampiezza dell'intervallo dei valori più frequenti non si riduce (perchè non c'è spinta al cambiamento di comportamento), quindi l'affidabilità delle previsioni di comportamento è comunque scarsa. Se invece il grado di omogeneità all'interno dei sottogruppi è abbastanza basso c'è più spazio per le interazioni tra soggetti e per cambiamenti nei comportamenti di risparmio che sono però influenzati dalla posizione rispetto alla media dei valori più frequenti. Il cambiamento di comportamento perciò potrebbe portare anche a una distribuzione ancora più "stirata" verso i valori più bassi.

In una popolazione abbastanza numerosa, con distribuzione del reddito molto asimmetrica si potrebbero quindi individuare non solo diversi tipi di comportamento, ma anche diverse tipologie di cambiamento di comportamento a seconda che l'omogeneità all'interno dei gruppi cresca o diminuisca.

## Riferimenti bibliografici

Aghion P., Caroli E., '99 "Inequality and economic growth: the perspective of new growth theories", CEPREMAP, n.9908, Paris.

Arthur B. '94, "Complexity in economic theory. Inductive reasoning and bounded rationality", AEA Papers and Proceedings, v. 84, n. 2, May.

Bertocchi G., "90 Strutture finanziarie dinamiche", Il Mulino, Bologna.

Blake D., '00 "Does it matter what kind of pension scheme you have?", Economic Journal, v.110, n.461, Feb.

Blanchflower D., Oswald A., '00, "Well being in Britain and USA", NBER w.p. n.7487.

Campbell J., Mankiw G., '89 "Consumption income and interest rate", in Blanchard O. and Fischer S.( eds), NBER Macroeconomics Annual, MIT Press.

Docquier F.'02 "On the optimality of public pensions in an economy with life-cyclers and myopes", JEBO, v.47, n.1.

Freeman S., '96, "Equilibrium income inequality among identical agents", JPE v.104, n.5.

- Friedman D., '91, "Evolutionary games in economics", *Econometrica*, v.59, n.3.
- Galor O., Zeira J., '93, "Income distribution and macroeconomics", *R E S*, v.60, n.1, Jan.
- Grandmont J.M., '92, "Transformations of the commodity space, behavioural heterogeneity and the aggregation problem", *Journal of Economic Theory*, v.57, n.1, June.
- Gourieroux C. '90, "Hétérogénéité .I. II.", *Annales d'économie statistique*, Paris.
- Grossman S., Stiglitz J., '80, "On the impossibility of informationally efficient markets", *American economic Review*, v. 70, n. 3, June.
- Haltiwanger J., Waldman M., '85 "Rational expectations and the limits of rationality: an analysis of heterogeneity", *AER*, v.75, n.3.
- Lapan H.E., Enders W., '90, "Endogenous fertility, Ricardian equivalence and debt management policy", *Journal of Public Economics*, v.41, n.2, March.
- Li.David X. , '99 "Value at risk based on the volatility, skewness and kurtosis", Riskmetric Group, march, 4, .www.aimhi.com.
- Malevergne Y., Sornette D., '02, "Generalized CAPM in homogeneous and heterogeneous markets", *cond-mat/0207475* v.1, 19 July.
- Mankiw G., '00, "The savers-spenders theory of fiscal policy", *AER Papers and Proceedings*, v.90, n.2, May.
- Nishimura S., Ikegami T., '97, "Emergence of collective strategies in a prey-predator game model", *Artificial life*, n. 3, n.4.
- Piketty T., '97, "The dynamics of the wealth distribution and the interest rate with credit rationing", *R E S*, v. 64, n. 2, April.
- Ricciuti R., '03, "Assessing Ricardian equivalence", *Journal of Economic Surveys*, v.17, n.1.
- Romeo M., Da Costa V., Bardou F. '03, "Broad distributions effects in sums of lognormal random variables", *The European Physical Journal B*, v.32, n. 4, May.
- Samuelson P.A., '75, "Optimal social security in a life-cycle growth model", *International Economic Review*, v. XVI, n.3, Oct.
- Seater J., '93, "Ricardian equivalence", *Journal of Economic Literature*, v.31, n.1, March.
- Shimoyama N. et al. '96, "Collective motion in a system of motile elements", *Physical Review Letters*, v.76, n.20.
- Skott P. '99, "Economic divergence and institutional change: some observations on the convergence literature", *JEBO* v.39, n. 3, July.
- Tirole J. '85, "Asset bubbles in overlapping generations", *Econometrica*, v.53, n.5, Sept.
- Vettas N. '00 "On entry exit and coordination with mixed strategies", *European Economic Review*, v.44, n.8, Aug.
- Weibull J. '95, "Evolutionary game theory", MIT Press, Cambridge, Massachussets.